

ОБРАЗЕЦ ОФОРМЛЕНИЯ РАСШИРЕННЫХ ТЕЗИСОВ ДОКЛАДА

С.А. Елистратов^{1,2}, И.Н. Сибгатуллин^{1,2}

¹Институт системного программирования имени В.П. Иванникова, Москва

²Институт океанологии имени В.П. Ширшова, Москва

sa.elist-ratov@yandex.ru

Аннотация. При распространении внутренних волн при определенных условиях может возникать явление, называемое волновым аттрактором, при котором движение жидкости сосредоточено в ограниченной окрестности замкнутого контура. Оно существенно влияет на динамику движения среды. Численное моделирование и натурные эксперименты демонстрируют, что в такой системе имеет место неустойчивость типа триадного резонанса. Настоящее исследование показывает, что режим формирования неустойчивости и характеристики течения кардинально зависят от геометрии (соотношения вертикального и горизонтального размеров области).

Введение

Явление когерентной структуры, при которой движение жидкости при периодическом воздействии сосредоточено на замкнутом контуре, названной волновым аттрактором, было обнаружено Л. Маасом в 90-х годах XX века [1]. Тогда же были сформулированы условия существования аттрактора [2]: вертикальная стратификация, наклонная боковая стенка и периодическое воздействие (для аттракторов внутренних волн) или вращательное движение области (для аттракторов инерционных волн). Впоследствии как численно, так и экспериментально было подтверждено наличие в такой системе неустойчивости типа триадного резонанса [3], при котором материнская волна достаточной большой амплитуды порождает две дочерние волны. Определение координат вершин аттрактора до недавнего времени велось с помощью метода трассировки лучей [2], однако в работе [5] представлен метод их аналитического определения исходя из безразмерных параметров.

До сих пор явление волнового аттрактора исследовалось для геометрий со сравнимыми соотношениями вертикального и горизонтального размеров. Целью настоящей работы является изучение течений, возникающих в удлинённых по горизонтали областях и сравнение их с ранее изученными.

Математическая модель

Исследование проводилось в двумерной постановке. В качестве источника возмущения использовался волнопродуктор на верхней границе области, поскольку переход от массовой силы к воздействию на границу не меняет характера течения [6]. Математическая постановка состоит из уравнения Навье-Стокса в приближении Буссинеска, уравнения диффузии соли и уравнения неразрывности для несжимаемой жидкости (ρ_m – плотность воды, ρ_s – плотность растворенных солей):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}, \nabla) \vec{V} &= -\frac{1}{\rho_m} \nabla \hat{p} + \nu \Delta \vec{V} + \vec{g} \\ \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \rho_s &= \nabla \cdot \frac{\nu}{Sc} (\nabla \rho_s) \\ \nabla \cdot \vec{V} &= 0 \end{aligned}$$

вкупе с граничными условиями (условие на скорость на верхней границе получено дифференцированием формы границы с волнопродуктором по времени, что оправдано в силу малости колебаний, но позволяет решать задачу в фиксированной области):

$$\begin{aligned} v_y(y = H) &= a \omega_0 \cos(2\pi/Lx) \sin(\omega_0 t) \\ \frac{\partial \rho}{\partial n} &= 0 \end{aligned}$$

Начальное распределение скорости полагалось нулевым.

Для сравнения мы будем использовать расчеты, проведенные в двух областях, базовой (40 x 60 см) и удлинённой (40 x 300 см) при различных значениях амплитуды внешнего воздействия a . На рис. 1 показана геометрия удлинённой области и схема распространения лучей аттрактора.

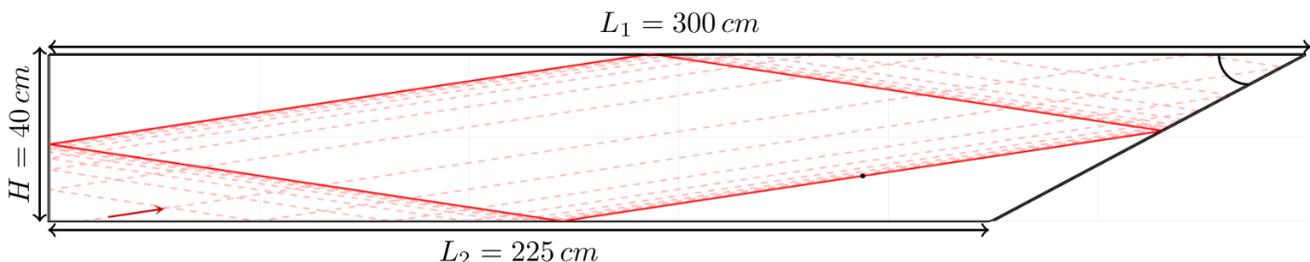


Рис. 1. Геометрия расчетной области в случае большого аспектного соотношения.

Результаты численного расчета

Решение задачи производилось численно с помощью метода спектральных элементов. Важную роль для сравнения получившихся течений будет играть относительная энергия $\bar{E} = E / (0.5a\omega_0)$. Она отражает степень аккумуляции энергии на лучах аттрактора. В базовой геометрии ее значения ~ 20 , в удлиненной геометрии ~ 1000 (рис. 2-3), что говорит об увеличении аккумуляции энергии. Черной линией показано среднее. Из-за турбулизации течения среднее начинает дрожать, однако в случае удлиненной геометрии эти колебания приобретают осмысленный характер, выраженный в образовании еще одной неустойчивости (рис. 3).

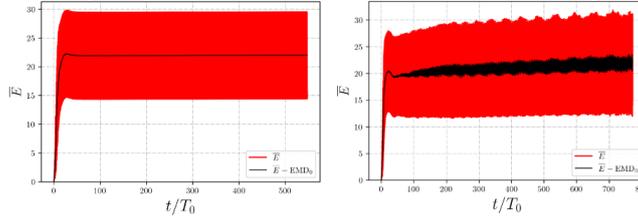


Рис. 2. Относительная энергия в базовой геометрии для $a = 0.02$ см (слева) и $a = 0.14$ см (справа)

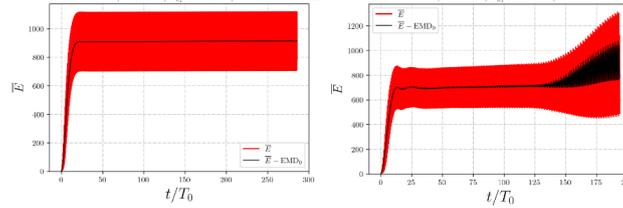


Рис. 3. Относительная энергия в удлиненной геометрии для $a = 0.01$ см (слева) и $a = 0.14$ см (справа)

Другой важной особенностью является смена режима образования неустойчивости. В случае базовой геометрии образование шло через каскад триадных резонансов. В случае удлиненной области дочерняя волна всего одна, т.е. мы имеем дело с параметрическим субгармоническим резонансом (рис. 4-5). При малой амплитуде внешнего воздействия каскад не образуется. Другим отличием является время формирования дочерних волн, которое в случае удлиненной геометрии значительно меньше.

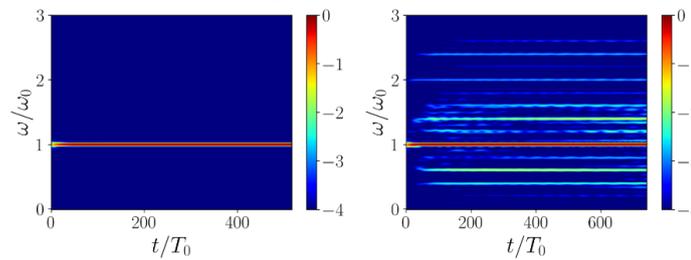


Рис. 4. Частотно-временная диаграмма в базовой геометрии для $a = 0.02$ см (слева) и $a = 0.14$ см (справа)

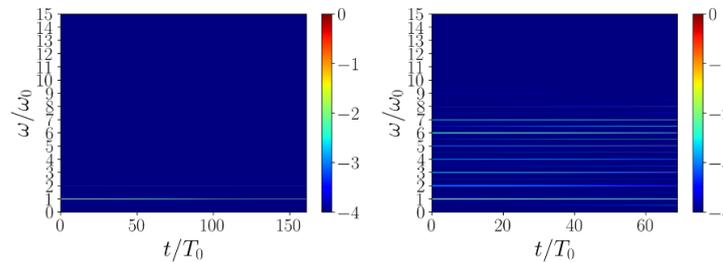


Рис. 5. Частотно-временная диаграмма в удлиненной геометрии для $a = 0.01$ см (слева) и $a = 0.14$ см (справа)

Выводы

При увеличении аспектного соотношения увеличивается аккумуляция энергии на лучах волнового аттрактора, что приводит к изменению сценария образования неустойчивости. Каскад триадных резонансов сменяется параметрическим субгармоническим резонансом, что меняет спектральную картину образовавшегося течения. По прошествии достаточного времени в системе образуется «неустойчивость над неустойчивостью».

Литература

1. Maas Leo, Lam Frans-Peter A. Geometric focusing of internal waves // *Journal of Fluid Mechanics*. — 1995. — Vol. 300. — P. 1–41.
2. L. R. M. Maas, D. Benielli, J. Sommeria, F.-P. A. Lam. Observation of an internal wave attractor in a confined, stably stratified fluid // *Nature*. — 1997. — Aug. — Vol. 388. — P. 557–561.
3. Socolan H el ene, Ermanyuk Eugeny, Dauxois Thierry. Nonlinear fate of internal wave attractors // *Physical review letters*. — 2013. — Vol. 110, no. 23. — P. 234501.
4. Елистратов С.А., Ватулин К.А., Сибгатуллин И.Н. et al. Моделирование аккумуляции кинетической энергии внутренних волн в областях с большим отношением горизонтального и вертикального масштабов // *Труды ИПС РАН*. — 2020. — Vol. 32, no. 6. — P. 200–212. — Access mode: <https://ispranproceedings.elpub.ru/jour/article/view/1368>.
5. Sibgatullin, I.; Petrov, A.; Xu, X.; Maas, L. On (n,1) Wave Attractors: Coordinates and Saturation Time. // *Symmetry* 2022, 14, 319. <https://doi.org/10.3390/sym14020319>
6. Gostiaux L., Didelle H., Mercier S., Dauxois T. A novel internal waves generator // *Experiments Fluids*. — 2007. — Vol. 42. — P. 123–130